



유형 01 함수의 뜻

- (1) 집합 X 의 각 원소에 집합 Y 의 원소가 오직 하나씩 대응할 때, 이 대응을 X 에서 Y 로의 함수라 한다.
- (2) y 축에 평행한 직선 $x=a$ ($a \in$ (정의역))를 그었을 때, 그래프와 한 점에서 만나면 함수의 그래프이다.

0355 대표 문제

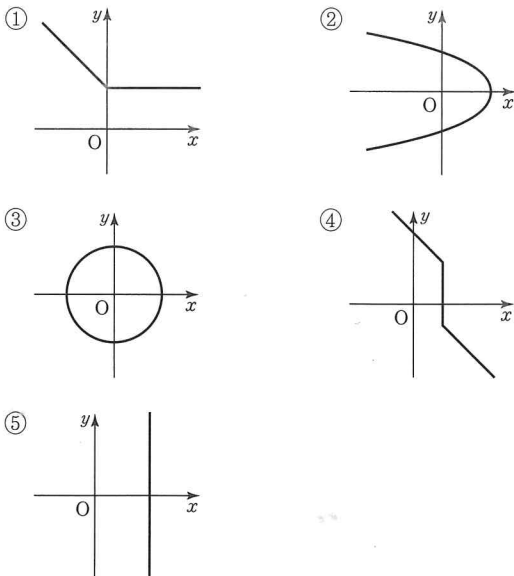
두 집합 $X = \{0, 1, 2\}$, $Y = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ 에 대하여 다음 보기 중 X 에서 Y 로의 함수인 것만을 있는 대로 고르시오.

• 보기 •

- ㄱ. $f(x) = 3x - 1$
- ㄴ. $g(x) = x^2$
- ㄷ. $h(x) = |x|$
- ㄹ. $k(x) = (x \text{를 } 3 \text{으로 나눈 나머지})$
- ㅁ. $s(x) = \begin{cases} 0 & (x=0) \\ 1 & (x \neq 0) \end{cases}$

0356 상충과

다음 중 함수의 그래프인 것은?



중요

유형 02 함수값 구하기

함수 $f: X \rightarrow Y$ 에 대하여 X 의 원소 a 에 대응하는 Y 의 원소를 $f(a)$ 로 나타낼 때, $f(a)$ 를 함수 f 에 의한 a 의 함수값이라 한다.

$$f(x) = 3x + 1 \qquad f(a) = 3a + 1$$

x 대신 a를 대입

0357 대표 문제

함수 f 가 실수 전체의 집합에서

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & (x \text{는 유리수}) \\ -x & (x \text{는 무리수}) \end{cases}$$

로 정의될 때, $f(2) - f(\sqrt{5}-3)$ 의 값을 구하시오.

0358 상충과

함수 f 가 음이 아닌 정수 전체의 집합에서

$$f(x) = \begin{cases} x-1 & (0 \leq x \leq 3) \\ f(x-3) & (x > 3) \end{cases}$$

으로 정의될 때, $f(2) + f(18)$ 의 값을 구하시오.

0359 상충과 서술형

함수 f 가 실수 전체의 집합에서

$$f(x) = \begin{cases} -x-1 & (x \geq 2) \\ 3x-a & (x \leq 2) \end{cases}$$

로 정의될 때, $f(3-\sqrt{5}) - f(\sqrt{5})$ 의 값을 구하시오.

(단, a 는 상수이다.)

0360 상충과

실수 전체의 집합에서 정의된 함수 f 가 $f\left(\frac{x-4}{2}\right) = 4x-2$ 를 만족시킬 때, $f(-3)$ 의 값을 구하시오.

유형 03 함수 f 의 치역

함숫값 전체의 집합 $\{f(x) \mid x \in X\}$ 를 함수 f 의 치역이라 한다.

0361 대표문제

자연수 전체의 집합 N 에서 N 으로의 함수 f 를

$$f(x) = (8^x \text{의 일의 자리의 숫자})$$

로 정의할 때, 함수 f 의 치역의 모든 원소의 합을 구하시오.

0362 상중하

함수 $f(x) = x^2 - ax$ 의 정의역이 $X = \{-2, 0, 1\}$ 이다. 함수 f 의 치역의 모든 원소의 합이 2일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. (단, 치역의 원소는 3개이다.)

유형 04 서로 같은 함수

$f = g \Leftrightarrow$ ① 정의역과 공역이 각각 같다.

② 함숫값이 서로 같다.

0363 대표문제

두 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$, $Y = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 두 함수 f, g 가 다음 보기와 같을 때, $f = g$ 인 것만을 있는 대로 고르시오.

• 보기 •

ㄱ. $f(x) = x, g(x) = x^3$

ㄴ. $f(x) = x - 1, g(x) = |x - 1|$

ㄷ. $f(x) = x + 1, g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & (x \neq 1) \\ 2 & (x = 1) \end{cases}$

0364 상중하

집합 $X = \{-1, 1\}$ 을 정의역으로 하는 두 함수 $f(x) = 3x^2 - x - 1, g(x) = ax + b$ 에 대하여 $f = g$ 일 때, ab 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.)

유형 05 일대일 대응

함수 $f: X \rightarrow Y$ 에서

(i) (치역) = (공역)

(ii) 임의의 $x_1 \in X, x_2 \in X$ 에 대하여

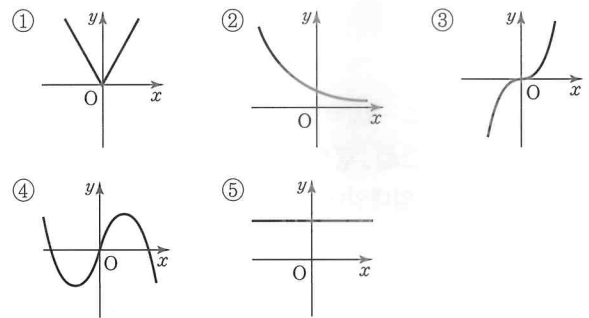
$$x_1 \neq x_2 \text{이면 } f(x_1) \neq f(x_2) \quad \text{— 일대일함수}$$

일 때, 이 함수 f 를 일대일대응이라 한다.

\Rightarrow 일대일대응의 그래프는 직선 $y = k$ ($k \in$ (치역))와 교점의 개수가 1이다.

0365 대표문제

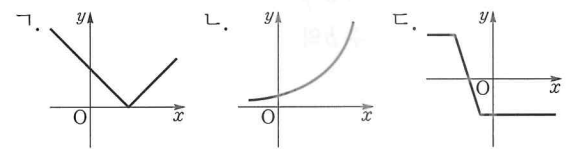
실수 전체의 집합에서 정의된 다음 함수의 그래프 중 일대일 대응인 것은?



0366 상중하

실수 전체의 집합에서 정의된 다음 보기의 함수의 그래프 중 일대일함수이지만 일대일대응이 아닌 것만을 있는 대로 고르시오.

• 보기 •



0367 상중하

다음 보기의 함수 중 일대일대응인 것만을 있는 대로 고르시오.

• 보기 •

ㄱ. $y = -\frac{2}{3}x$

ㄴ. $y = |x - 1|$

ㄷ. $y = 2x^2 + 1$

ㄹ. $y = 4x + 2$

중요

유형 06 일대일대응이 되기 위한 조건

함수 $y=f(x)$ 가 일대일대응이 되려면

- (i) $x_1 \in X, x_2 \in X$ 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$
- (ii) (치역)=(공역)

0368 대표문제

두 집합 $X = \{x | -1 \leq x \leq 1\}$, $Y = \{y | 0 \leq y \leq 3\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 $f(x) = ax + b$ 가 일대일대응일 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하시오. (단, $a < 0$)

0369 상중하

정의역이 $X = \{x | x \geq a\}$, 공역이 $Y = \{y | y \geq a^2 - 2a\}$ 인 함수 $f(x) = x^2 - 2x$ 가 일대일대응일 때, 실수 a 의 최솟값을 구하시오.

0370 상중하

실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & (x \geq 1) \\ (a-2)x + b & (x < 1) \end{cases}$$

가 일대일대응일 때, 정수 b 의 최댓값을 구하시오.

(단, a 는 상수이다.)

0371 상중하

집합 $X = \{x | x \geq k\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수

$f(x) = x^2 - 6x$ 가 일대일대응일 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

유형 07 항등함수와 상수함수

- (1) 항등함수 : 정의역의 각 원소가 자기 자신에 대응하는 함수
 $\Rightarrow f(x) = x$
- (2) 상수함수 : $f(x) = c$ (c 는 상수, $c \in$ (공역))

0372 대표문제

집합 $X = \{-1, 0, 1\}$ 에 대하여 함수 f 가 X 에서 X 로의 함수일 때, 다음 중 항등함수인 것은?

- ① $f(x) = |x|$ ② $f(x) = x^2$ ③ $f(x) = -x$
- ④ $f(x) = x^3$ ⑤ $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & (x \geq 0) \\ \sqrt{-x} & (x < 0) \end{cases}$

0373 상중하

집합 $X = \{2, 4, 8\}$ 에 대하여 세 함수 $f(x), g(x), h(x)$ 는 각각 집합 X 에서 X 로의 항등함수, 상수함수, 일대일대응이다. $f(4) = g(2) = h(8)$, $h(8)h(2) = h(4)$ 일 때, $f(2) + g(2) + h(2)$ 의 값을 구하시오.

유형 08 함수의 개수

집합 X 의 원소의 개수가 n , 집합 Y 의 원소의 개수가 m 일 때

- (1) X 에서 Y 로의 함수의 개수 $\Rightarrow m^n$
- (2) X 에서 Y 로의 일대일대응의 개수 (단, $m = n$)
 $\Rightarrow m(m-1)(m-2) \cdots \cdots 2 \cdot 1$
- (3) 상수함수의 개수 $\Rightarrow m$

0374 대표문제

집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수의 개수를 p , 일대일대응의 개수를 q , 항등함수의 개수를 r , 상수함수의 개수를 s 라 할 때, $p+q+r+s$ 의 값을 구하시오.

0375 상중하

두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{a, b, c, d, e\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 일대일대응 중 $f(1) = a, f(2) = c$ 를 만족하는 함수 f 의 개수를 구하시오.